República Bolivariana de Venezuela
Ministerio de la Defensa
Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada
Núcleo Caracas
Curso de Inducción Universitaria CIU
Cátedra: ***Razonamiento Matemático***

# ECUACIONES DE 1er.GRADO CON UNA INCÓGNITA

## GUÍA CIU NRO: 10

***COMISIÓN DE APOYO A RAZONAMIENTO MATEMÁTICO***

***Integrado por:***

**Ing. Beliana Gómez**
**Ing. Elvia Moreno**
**Ing. Mixef Rojas**
**Lic. Teresa Gómez**
**Prof. Neida González**

# ECUACIONES DE 1ER. GRADO CON UNA INCÓGNITA

## *1.-Definiciones Preliminares:*

*Igualdad*: Es la expresión de que dos cantidades o expresiones algebraicas tiene el mismo valor.

Ejemplos: $5 = 3 + 2$ ; $a = b + c$; $3x + 7 = 16$.

*Ecuación Algebraica:* Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que es verificada solamente para valores particulares de las variables contenidas en las expresiones.

Ejemplos: $8x+9=25$; $x^2-9x+1=x+3$, $x+y=2y-5$.

*Identidad:* Es una igualdad que se verifica para **cualquier valor** de las variables. Así tenemos por ejemplo que son identidades:

$$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2 \ \{\text{Producto Notable}\};$$

$$Sen^2\alpha + Cos^2\alpha = 1 \ \{\text{Identidad Fundamental de la Trigonometría}\}$$

$$-3(2x+1) = -6x-3 \ \{\text{Propiedad Distributiva}\}$$

*Incógnitas:* Son las variables que aparecen en una ecuación algebraica y generalmente se denotan por las últimas letras del alfabeto $x, y, z, w,$ etc.

*Miembros de una ecuación:* Son las dos expresiones algebraicas que forman la ecuación. El primer miembro o lado izquierdo de una ecuación está a la izquierda de la igualdad y el segundo miembro o lado derecho de la ecuación se encuentra a la derecha de la igualdad.

Así la ecuación: $\underbrace{8x+9}_{\text{Lado izquierdo de la ecuación.}} = 25 \longrightarrow$ Lado derecho de la ecuación.

Para :

$$\underbrace{x^2-9x+1}_{\text{Lado izquierdo de la ecuación.}} = x+3 \longrightarrow \text{Lado derecho de la ecuación.}$$

*Clases de Ecuaciones:*

**Ecuación Numérica:** es una ecuación donde las únicas letras son las variables o incógnitas. Así tenemos que $8x+9=25$, $y^2-y-3=1$ son ecuaciones numéricas.

**Ecuación literal:** Es una ecuación que además de las incógnitas tiene otras letras, llamadas parámetros, que representan cantidades conocidas. Así las ecuaciones: $ax^2+bx+c=0$, $ax+dy=c+b$ son ecuaciones literales donde los parámetros son $a,b,c,d$.

*Grado de una Ecuación*: Es el mayor exponente que tiene la incógnita en una ecuación de con una sola incógnita. Para la ecuación $ax^2+bx+c=0$, el grado es 2, ya que el mayor exponente de la incógnita $x$ es 2. Para la ecuación $8x+9=25$, el grado de la ecuación es 1.

*Solución o Raíz de una Ecuación:*

Son los valores que atribuidos o sustituidos en las variables incógnitas, producen una igualdad entre los dos miembros de la ecuación

Así para : $8x+9=25$, el valor de $x=2$ hace la ecuación verdadera, es decir, se cumple la igualdad: $8(2)+9=16+9=25$ y en este caso se dice que $x$ = 2 es solución o raíz de la ecuación. Si le damos a la variable $x$ un valor diferente de 2, la igualdad no se cumple.

*Resolución de una Ecuación:* Es hallar la o las soluciones o raíces que satisfacen la ecuación.

A continuación vamos a enunciar las reglas básicas para resolver una Ecuación.

**Regla 1**: Si a los dos miembros de una ecuación se le suma o resta una misma cantidad ( positiva o negativa), la igualdad no se altera.

**Regla 2**: Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o se dividen por una misma cantidad diferente de cero ( positiva o negativa), la igualdad no se altera.

**Regla 3**: Si los dos miembros de una ecuación se elevan a una misma potencia, la igualdad no se altera.

**Regla 4**: Si los dos miembros de una ecuación se le extrae una misma raíz, la igualdad no se altera.

**Regla 5**: Cualquier término de una ecuación se puede pasar de un miembro a otro, cambiándole el signo. Esta regla se llama transposición de términos y funciona como sigue:

a) Si tienes un término realizando dos de las operaciones fundamentales, suma o resta, en uno de los miembros de la igualdad, se pasa al otro lado efectuando la operación contraria (recuerde que la suma y la resta son operaciones contrarias). Así tenemos que la ecuación : $5x+3=23$, el término +3 puede pasar al otro lado de la ecuación restándolo y quedaría: $5x=23-3$, resolviendo el lado derecho nos queda: $5x=20$

b) Si tienes un término diferente de cero realizando dos de las operaciones fundamentales, multiplicación o división, en uno de los miembros de la ecuación, se pasa al otro lado efectuando la operación contraria (recuerde que la multiplicación y la división son operaciones contrarias). Para el ejemplo anterior $5x=20$, para despejar la incógnita *x* de la ecuación, como 5 está multiplicando a la variable *x*, pasaría al otro lado de la ecuación dividiendo: $x=\frac{20}{5}$ que resolviéndolo nos daría el valor de la incógnita: $x=4$

*Cambio de Signo en una Ecuación:*

Los signos de todos los términos de una ecuación se pueden cambiar sin que la ecuación varíe, ya que equivale a multiplicar ***los dos lados o miembros*** de la ecuación por (-1). Así la ecuación: $5x-3=8$ es equivalente a: $(-1)(5x-3)=(-1)8$, es decir , la ecuación $5x-3=8$ es equivalente a la ecuación $-5x+3=-8$

## *2.-Ecuación de 1er. Grado con una incógnita: Forma General*

Una ecuación de 1er grado con una incógnita es una expresión de la forma $ax+b=0$, en la cual "*a*" y "*b*" son números reales llamados coeficientes de la ecuación, con $a \neq 0$ y "*x*" es la incógnita de la misma.

$$\underbrace{ax + b}_{\text{Lado izquierdo de la ecuación}} = 0 \longrightarrow \text{Lado derecho de la ecuación.}$$

Resolver una ecuación, consiste en hallar el valor de la incógnita de tal manera que, al sustituirla en la ecuación, se cumpla la igualdad. Para hacer esto, utilizamos el proceso anteriormente descrito para del despeje de la variable.

Veamos a continuación algunos ejemplos

**Ej.1.** Resuelva la ecuación $2x+3=0$, y simplifique el resultado si es posible.

**Solución:**

$2x+3=0$, *a* = *2,* y *b* = 3, la idea es despejar, hasta encontrar el valor de *x*

$$2x = 0-3$$
$$2x = -3$$

Pasamos el +3 para el otro lado de la ecuación restando y resolvemos el lado derecho

$$x = \frac{-3}{2}$$

Pasamos el factor 2 que está multiplicando para el otro lado de la ecuación dividiendo.

**Respuesta:** La solución de $2x+3=0$ es $x=-\frac{3}{2}$

El valor de "*x*" es $-\frac{3}{2}$, esto significa que si se sustituye este valor en el lugar de "*x*" en la ecuación original, se cumple la igualdad, comprobemos esto:

Comprobación:

$$2x+3=0$$

Ecuación original

$$\Rightarrow \cancel{2}\cdot\left(\frac{-3}{\cancel{2}}\right)+3=0$$

sustituyendo $x = {-3}/{2}$

$$\Rightarrow -3+3=0 \quad \Rightarrow 0=0$$

Observe que la igualdad se cumple, por lo tanto $x=-\frac{3}{2}$ es la solución de la ecuación. Veamos que sucede al sustituir "*x*" por cualquier valor distinto de $-\frac{3}{2}$ en la ecuación original, digamos por ejemplo *x* = 1:

$$2x+3=0$$

Ecuación original

$\Rightarrow 2\cdot(1)+3=0$ (Sustituyendo $x=1$)

$\Rightarrow 2+3=0 \qquad \Rightarrow 5=0$

Observe que la igualdad no se cumple, por lo tanto $x$ = 1 no es solución de la ecuación $2x+3=0$.

En general para una ecuación de 1er. Grado con una incógnita de la forma $ax+b=0$, con $a\neq 0$, la solución es de la forma $x=-\dfrac{b}{a}$ y además es importante recalcar que ésta solución es única. En otras palabras:

*"Una ecuación de 1er. Grado con una incógnita de la forma $ax+b=0$ con $a\neq 0$, tiene una y solo una solución que es $x=-\dfrac{b}{a}$*

**Ej.2.** Resuelva la ecuación $\dfrac{7x-2}{4}=0$, y simplifique el resultado si es posible.

**Solución:** $\dfrac{7x-2}{4}=0$

Llevamos la ecuación a la forma general. Como es una ecuación racional igualada a cero, ésta se cumple **sólo si el numerador es igual a cero,** por lo tanto:

$\Rightarrow 7x-2=0$ (Ésta es la forma general.)

$\Rightarrow 7x=2$

$\Rightarrow x=\dfrac{2}{7}$

(El "7" multiplica a "$x$" por lo tanto pasa dividiendo al otro lado de la igualdad.)

Observe que la solución es de la forma $x=-\dfrac{b}{a}$.

**Respuesta**: La solución de $\dfrac{7x-2}{4}=0$ es $x=\dfrac{2}{7}$

Comprobación:

$\dfrac{7x-2}{4}=0$ (Ecuación original)

$\Rightarrow \dfrac{7\left(\dfrac{2}{7}\right)-2}{4}=0$ (Sustituimos $\dfrac{2}{7}$ por $x$)

$\Rightarrow \dfrac{\cancel{2}-\cancel{2}}{\cancel{4}}=0$ (Simplificamos)

$\Rightarrow \dfrac{0}{4}=0$ (Resolvemos la operación del numerador)

$\Rightarrow 0=0$

Se cumple la igualdad, por lo tanto la solución (la cual también es llamada raíz) de $\dfrac{7x-2}{4}=0$ es $x=\dfrac{2}{7}$

**Ej.3.** Resuelva la ecuación $\dfrac{9x}{4}-2=0$, y simplifique el resultado si es posible.

**Solución:**

Para resolver ésta ecuación podemos usar la solución de forma directa $x=-\dfrac{b}{a}$ , conociendo que el valor de $a=\dfrac{9}{4}$ y de $b$ =-2.

$x=-\dfrac{b}{a}$ (Solución de una ecuación de primer grado)

$\Rightarrow x=-\dfrac{-2}{\dfrac{9}{4}}$ (Sustituimos $a$ y $b$ por sus valores correspondientes y aplicamos doble "C".)

$\Rightarrow x=\dfrac{8}{9}$

**Respuestas:** La solución de la ecuación $\dfrac{9x}{4}-2=0$ es $x=\dfrac{8}{9}$ .Compruebe la solución.

**Ej.4.** Resuelva la ecuación $7x-8=-2x+3$, y simplifique el resultado si es posible.

**<u>Solución:</u>** Observe que no posee la forma general. Se agrupan los términos que contengan incógnitas en un lado de la igualdad y los términos independientes en otro.

$$7x-8=-2x+3 \qquad \Rightarrow \qquad 7x+2x=3+8$$

Se suman los términos semejantes

$$\Rightarrow 9x=11$$

$$\Rightarrow x=\frac{11}{9}$$

El coeficiente 9 está multiplicando, pasa para el otro lado de la ecuación dividiendo

**Respuesta:** La solución de $7x-8=-2x+3$ es $x=\frac{11}{9}$

**<u>Ej.5.</u>** Resuelva la ecuación $10-8x=4x-5$, y simplifique el resultado si es posible.

**<u>Solución:</u>** Recomendamos que los términos que posean la incógnita queden positivos.

$$10-8x=4x-5 \quad \Rightarrow \quad 10+5=4x+8x$$

$$15=12x$$

Observe que en este caso la incógnita aparece en el lado derecho, por convención la colocaremos en el lado izquierdo haciendo uso de la propiedad simétrica de la igualdad, $a = b$ equivale a $b = a$.

$$\Rightarrow 12x=15 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{15}{12}$$ , simplificando la fracción entre 3 nos

queda: $\Rightarrow \quad x=\frac{5}{4}$

**Respuesta:** La solución de $10-8x=4x-5$ es $x=\frac{5}{4}$.

**<u>Ej.6.</u>** Resuelva la ecuación $7x - 3 = 10x + 5$ y simplifique el resultado si es posible.

**<u>Solución:</u>** Se agrupan los términos que contengan incógnitas en un lado de la igualdad y los términos independientes en otro.

$$7x-3=10x+5 \quad \Rightarrow \quad 7x-10x=5+3$$

Agrupamos términos semejantes

$$\Rightarrow -3x = 8$$
$$\Rightarrow x = \frac{8}{-3}$$
$$\Rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

El coeficiente -3 está multiplicando, pasa para el otro lado de la ecuación dividiendo

**Respuesta:** La solución de $7x - 3 = 10x + 5$ es $x = -\frac{8}{3}$

Otra forma de resolver la ecuación $-3x = 8$ es multiplicar por $-1$ ambos lados de la igualdad y nos queda: $(-1)(-3x) = (-1)(8)$ $\Rightarrow 3x = -8$ $\Rightarrow x = -\frac{8}{3}$

**<u>Ej.7.</u>** Resuelva la ecuación $\frac{8x-3}{2} = 3x - \frac{5}{3}$, y simplifique el resultado si es posible.

**<u>Solución:</u>**

Observe que el denominador 2 en el lado izquierdo podría pasar a multiplicar al lado derecho de la igualdad. Sin embargo el denominador 3 en el lado derecho no puede pasar a multiplicar al lado izquierdo porque no es denominador de todo el lado derecho

$$\frac{8x-3}{2} = 3x - \frac{5}{3}$$

Por lo tanto sugerimos sacar el m.c.m. de ambos lados de la ecuación y resolver: .

Se calcula el m.c.m. entre 2, 3 y 1 que son los denominadores de ambos lados de la igualdad.

$$\Rightarrow \frac{3.(8x-3)}{6} = \frac{6 \cdot 3x - 2 \cdot 5}{6}$$

Si los dos lados de una igualdad tienen el mismo denominador, entonces basta con resolver la igualdad entre los numeradores, como sigue:

$\Rightarrow 24x - 9 = 18x - 10$; se agrupan los términos que contengan incógnitas en un lado de la igualdad y los independientes en otro.

$$\Rightarrow 24x - 18x = -10 + 9$$
$$\Rightarrow 6x = -1$$
$$\Rightarrow x = -\frac{1}{6}$$

Agrupamos de términos semejantes

**Respuesta:** La solución de $\frac{8x-3}{2}=3x-\frac{5}{3}$ es $x=-\frac{1}{6}$

En el siguiente ejercicio la ecuación original no es de primer grado, sin embargo notará que se transforma en ésta al resolverla.

**<u>Ej.8.</u>** Resuelva la ecuación $\frac{2x-5}{2x-6}+\frac{2(x-1)}{x-3}=\frac{3}{8}+\frac{3(2x-15)}{4x-12}$, y simplifique el resultado si es posible.

**<u>Solución:</u>**

$$\frac{2x-5}{2x-6}+\frac{2(x-1)}{x-3}=\frac{3}{8}+\frac{3(2x-15)}{4x-12}$$ Factorizamos los denominadores

$$\Rightarrow \frac{2x-5}{2(x-3)}+\frac{2(x-1)}{x-3}=\frac{3}{8}+\frac{3(2x-15)}{4(x-3)}$$

(Factor común en los denominadores $2x$-6= $2(x$-3) y $4x$-12= $4(x$-3))

Se calcula mínimo común entre los denominadores y se procede a efectuar la suma de fracciones.

$$\Rightarrow \frac{4(2x-5)+16(x-1)}{8(x-3)}=\frac{3(x-3)+6(2x-15)}{8(x-3)}$$

$$\Rightarrow \frac{8x-20+16x-16}{\cancel{8(x-3)}}=\frac{3x-9+12x-90}{\cancel{8(x-3)}}$$ (Propiedad de los racionales)

$$\Rightarrow 24x-36=15x-99$$

$$\Rightarrow 24x-15x=-99+36$$

(Agrupación y suma de términos semejantes)

$$\Rightarrow 9x=-63 \quad \Rightarrow x=-\frac{63}{9} \Rightarrow x=-7$$

**Respuesta:** La solución de $\frac{2x-5}{2x-6}+\frac{2(x-1)}{x-3}=\frac{3}{8}+\frac{3(2x-15)}{4x-12}$ es $x=-7$.

## 3.-Ejercicios Propuestos:

Resuelva las siguientes ecuaciones:

1) $\frac{1}{2}(x-1)-(x-3)=\frac{1}{3}(x+3)+\frac{1}{6}$ R: $\frac{8}{5}$

2) $\frac{6x+1}{3}-\frac{11x-2}{9}-\frac{1}{4}(5x-2)=\frac{5}{6}(6x+1)$ R: $\frac{8}{197}$

3) $2x-\frac{5x-6}{4}+\frac{1}{3}(x-5)=-5x$ R: $\frac{2}{73}$

4) $x-(5x-1)-\frac{7-5x}{10}=1$ R: $-\frac{1}{5}$

5) $\frac{x-4}{3}-5=0$ R: 19

6) $\frac{3}{5}+\frac{3}{2x-1}=0$ R: $-2$

7) $\frac{2}{4x-1}=\frac{3}{4x+1}$ R: $\frac{5}{4}$

8) $\frac{5x+8}{3x+4}=\frac{5x+2}{3x-4}$ R: $-\frac{20}{11}$

9) $\frac{2x-9}{10}+\frac{2x-3}{2x-1}=\frac{x}{5}$ R: $\frac{21}{2}$

10) $\frac{(5x-2)(7x+3)}{7x(5x-1)}-1=0$ R: $\frac{3}{4}$

11) $5x-1=7-\frac{x}{3}$ R: $\frac{3}{2}$

12) $2x+\frac{17-x}{2}=\frac{8-3x}{3}+\frac{25}{3}$ R: 1

13) $x+\frac{x-5}{3}+\frac{3x-4}{2}-2=\frac{x-2}{2}$ R: 2

## *4.-Ecuaciones con Valor Absoluto*

Cuando trabajamos con cantidades, éstas se pueden tomar en dos sentidos, cantidades positivas o cantidades negativas.

Así, en contabilidad el haber o crédito se denota con el signo + y el debe o deuda se denota con signo –. Para expresar que una persona tiene 100 Bs. en su haber, diremos que tiene + 100Bs.; mientras que para expresar que tiene una deuda de 100 Bs. diremos que tiene – 100 Bs.

Otro ejemplo donde se utilizan los sentidos de las cantidades es en los grados de un termómetro, los grados sobre cero se denotan con signo + y los grados bajo cero se denotan con signo –. Así, para indicar que el termómetro marca 10º sobre cero, escribimos +10º y para indicar que marca 10º bajo cero, escribiremos –10º .

Entonces en una cantidad cualquiera, tenemos dos elementos intrínsecos que son: el valor absoluto o magnitud de la cantidad y el valor relativo o signo de la cantidad.

***Definición 4.a:*** ***El Valor Absoluto*** de una cantidad es el número que representa la cantidad sin tomar en cuenta el signo de la cantidad.

***Definición 4.b:*** ***El Valor Relativo*** de una cantidad es el signo de la misma, representado por mas + o menos -.

Así, tenemos los siguientes ejemplos:

**Ej.9.** Hallar el valor absoluto y relativo de 8.

**Solución:**

Cantidad = +8; Valor Absoluto de la cantidad = 8, Valor Relativo de la cantidad = +

**Ej.10.** Hallar el valor absoluto y relativo de -10

**Solución:**

Cantidad = -10 ; Valor Absoluto = 10; Valor Relativo = –

**Ej.11.** Hallar el valor absoluto y relativo de +7º y -7º

**Solución:** Ambas cantidades tienen el mismo valor absoluto igual a 7, pero sus valores relativos son opuestos, la primera tiene un valor relativo " + " y la otra un valor relativo " – ".

**Notación:**

*El valor absoluto de una cantidad cualquiera se representa colocando la cantidad entre dos líneas verticales; así el valor absoluto de + 8 es* $|+8| = 8$ *y* $|-8| = 8$.

***Definición 4.c :*** El valor absoluto de f se define:

$$|f| = \begin{cases} f & si \quad f \geq 0 \\ & ó \\ -f & si \quad f < 0 \end{cases}$$

Donde "*f*" puede ser un número, una variable ó una expresión algebraica.

**Ej.12.** Utilice la definición 4.c para hallar el valor absoluto de las siguientes cantidades.

a) Para f = 8, tenemos que $|+8| = 8$

b) Para f = - 5, tenemos que $|-5| = -(-5) = 5$

(Recuerde que si f < 0 entonces - f > 0)

c) Para *f* = *x*, tenemos que

$$|x| = \begin{cases} x \quad si \quad x \geq 0 \\ \quad ó \\ -x \quad si \quad x < 0 \end{cases}$$

d) Para $\mathrm{f} = \mathrm{x}^2 - 2$, tenemos que

$$|x^2 - 2| = \begin{cases} x^2 - 2 \quad si \quad x^2 - 2 \geq 0 \\ \quad ó \\ -\left(x^2 - 2\right) \quad si \quad x^2 - 2 < 0 \end{cases}$$

**Nota:** *Observe que el valor absoluto de una expresión denotado por* $|\, f \,|$*, depende del signo de la expresión que se encuentra entre las barras, y no de la variable, a menos que la expresión sea igual a la variable* $[Ej.12, c]$.

## *4.1-Propiedades del Valor Absoluto*

Propiedad 1: $|f| \geq 0$, para cualquier $f \in \Re$

Propiedad 2: $|f| = |-f|$

Propiedad 3: $|f| = \sqrt{f^2}$

Propiedad 4: $|f \times g| = |f| \times |g|$

Propiedad 5: Si $\mathrm{g} \neq 0$ entonces $\left|\dfrac{f}{g}\right| = \dfrac{|f|}{|g|}$

Propiedad 6: $|f + g| \leq |f| + |g|$ (Desigualdad triangular)

Propiedad 7: $|f - g| \geq |f| - |g|$

Observe que las propiedades del 1 al 5 se refieren a igualdades, mientras que las propiedades 6 y 7 se refieren a desigualdades.

## *4.2.- Ecuaciones con Valor Absoluto*

En muchas ocasiones se nos presentan ecuaciones donde está involucrado el valor absoluto de una expresión algebraica, como por ejemplo:

a) $2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = \dfrac{18}{2} \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow |x| = \sqrt{9}$

b) $\left(\dfrac{8x-9}{1-x}\right)^4 = 625 \Rightarrow \sqrt[4]{\left(\dfrac{8x-9}{1-x}\right)^4} = \sqrt[4]{625} \Rightarrow \left|\dfrac{8x-9}{1-x}\right| = 5$

En esta sección veremos como se resuelven este tipo de ecuaciones, utilizando las propiedades del valor absoluto y la siguiente propiedad:

Propiedad 8: Sea a > 0, $|f| = a$ es equivalente a resolver las siguientes ecuaciones:

8.a) $f = a$ ó

8.b) $f = -a$

Recuerde que la disyunción "ó" representa dos soluciones.

Es decir,

$|f| = a$ si y sólo si, $f = a$ ó $f = -a$

**Ej.13.** Resolver la siguiente ecuación: $|3x| = 5$

**Solución:**

Aplicando la propiedad "8" de valor absoluto, tenemos que para f = 3x nos queda:

$|3x| = 5 \Rightarrow \underbrace{3x = 5}_{Ec.1}$ *ó* $\underbrace{3x = -5}_{Ec.2}$. Resolvemos cada una de las ecuaciones:

$Ec.1$: $3x = 5 \Rightarrow x = \dfrac{5}{3}$ y $Ec.2$: $3x = -5 \Rightarrow x = \dfrac{-5}{3}$

Entonces la solución de la ecuación $|3x| = 5$ *es* $x = \dfrac{5}{3}$ ó $x = -\dfrac{5}{3}$

**Respuesta:** $S=\left\{\frac{5}{3},-\frac{5}{3}\right\}$

**Nota**:

*No confunda las llaves con los paréntesis. Las llaves se utilizan para representar los conjuntos, cuyos elementos están separados por comas. Los paréntesis y corchetes se utilizan generalmente para representar intervalos.*

**<u>Ej.14.</u>** Resolver $|4\text{x}-1|=15$

**<u>Solución:</u>**

Aplicando la propiedad "8", tenemos que:

$$|4x-1|=15 \Leftrightarrow \underbrace{4x-1=15}_{Ec.1} \quad ó \quad \underbrace{4x-1=-15}_{Ec.2}.$$

Resolvemos cada una de las ecuaciones:

$$Ec.1: \quad 4x-1=15 \Rightarrow 4x=15+1 \Rightarrow 4x=16 \Rightarrow x=\frac{16}{4} \Rightarrow x=4$$

$$Ec.2: \quad 4x-1=-15 \Rightarrow 4x=-15+1 \Rightarrow 4x=-14 \Rightarrow x=-\frac{14}{4} \Rightarrow x=-\frac{7}{2}$$

Entonces la solución de la ecuación $|4\text{x}-1|=15$ es $x=4$ ó $x=-\frac{7}{2}$

**Respuesta:** La solución de ecuación dada es $S=\left\{4,-\frac{7}{2}\right\}$

**<u>Ej.15.</u>** Resolver $\left|\frac{8\text{x}}{\text{x}+1}\right|=9$

**<u>Solución:</u>** Aplicando la propiedad "8" tenemos que:

$$\left|\frac{8x}{x+1}\right|=9 \Rightarrow \underbrace{\frac{8x}{x+1}=9}_{Ec.1} \quad ó \quad \underbrace{\frac{8x}{x+1}=-9}_{Ec.2}$$

Resolvemos cada una de las ecuaciones:

$$Ec.1: \quad \frac{8x}{x+1}=9 \Rightarrow 8x=9(x+1) \Rightarrow 8x=9x+9$$

$$8x-9x=9 \Rightarrow -x=9$$

Multiplicamos por (-1), la ecuación nos queda

$$x = -9$$

$$Ec.2: \quad \frac{8x}{x+1} = -9 \Rightarrow 8x = -9(x+1) \Rightarrow 8x = -9x - 9$$

$$8x + 9x = -9 \Rightarrow 17x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{17}$$

Entonces la solución de la ecuación $\left|\frac{8\mathrm{x}}{\mathrm{x}+1}\right| = 9$ es $x = -9$ ó $x = -\frac{9}{17}$

**Respuesta:** La solución de la $\left|\frac{8x}{x+1}\right| = 9$ es $S = \left\{-9, -\frac{9}{17}\right\}$

**<u>Ej.16.</u>** Resolver $\left|\frac{4x}{1+x}\right| = -8$

**<u>Solución:</u>**

Si observamos el lado derecho de la ecuación, notamos que el valor es **<u>negativo</u>**, y por la **propiedad 1** del valor absoluto, $|f| \geq 0$, es decir el valor absoluto de una expresión algebraica o aritmética siempre es positivo o igual a cero. Por otro lado tenemos que la propiedad 8 de valor absoluto nos dice que el valor de a, tiene que ser mayor estricto que cero. Por lo tanto, la ecuación $\left|\frac{4x}{1+x}\right| = -8$ no tiene solución en los número reales, así la solución es vacía, es decir $\mathrm{S} = \emptyset$.

**<u>Ej.17.</u>** Resolver $|3x-2| = 2|x-4|$

**<u>Solución:</u>**

Para darle la forma del ejemplo 8, pasamos el término $|x-4|$ a dividir; sin embargo, observe que $\frac{|3x-2|}{|x-4|} = 2$ no admite el valor de $x$ = 4, pues el denominador se anularía, por lo tanto si en la ecuación original $x$ = 4, tendremos que 10 = 0 (lo cual es falso), esto quiere decir que $x \neq 4$, entonces $|x-4|$ puede pasar a dividir y resolvemos: $\dfrac{|3x-2|}{|x-4|} = 2$ , utilizando la propiedad 5 del valor absoluto

$\dfrac{|3x-2|}{|x-4|} = \left|\dfrac{3x-2}{x-4}\right|$, así la ecuación queda: $\left|\dfrac{3x-2}{x-4}\right| = 2$

Usando la propiedad "8" de valor absoluto tenemos entonces que

$$\underbrace{\frac{3x-2}{x-4} = 2}_{Ec.1} \quad ó \quad \underbrace{\frac{3x-2}{x-4} = -2}_{Ec.2}$$

Resolvemos cada una de las ecuaciones

$Ec.1$: $\dfrac{3x-2}{x-4} = 2 \Rightarrow 3x-2 = 2(x-4)$

$$3x-2 = 2x-8 \Rightarrow 3x-2x = -8+2 \quad \Rightarrow x = -6$$

$Ec.2$: $\dfrac{3x-2}{x-4} = -2 \Rightarrow 3x-2 = -2(x-4) \quad \Rightarrow 3x+2 = -2x+8$, agrupamos términos semejantes $\Rightarrow 3x+2x = 8+2 \quad \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = \dfrac{10}{5} \Rightarrow x = 2$

**Respuesta:** Entonces la solución de la ecuación $|3x-2| = 2|x-4|$ es $S = \{-6\,,2\}$

## *4.3.- Ejercicios Propuestos:*

Resolver las siguientes ecuaciones:

1.) $|7x-2| = x+4$ R: $x = -{}^{1}/_{4}$ ; $x = 1$

2.) $|7x+3| = 17$ R: $x = -\dfrac{20}{7}$; $x = 2$

3.) $|x-10| = 6$ R: $x = 16$ ; $x = 4$

4.) $|3x+5| = 8$ R: $x = -\dfrac{13}{3}$; $x = 1$

5.) $|3x+2| = x+4$ R: $x = -\dfrac{3}{2}$; $x = 1$

6.) $|6x-2| = 4x+7$ R: $x= \frac{9}{2}$; $x= -\frac{1}{2}$

7.) $|x-4| = 10$ R: $x = 14$ ; $x = -6$

8.) $|8x-1| = 3x+2$ R: $x=-\frac{1}{11}$; $x = \frac{3}{5}$

9.) $|7x-12| = 4x+3$ R: $x=\frac{9}{11}$; $x = 5$

10.) $\left|\frac{x}{x+1}\right| = 5$ R: $x= -\frac{5}{4}$; $x =-\frac{5}{6}$

11.) $\left|\frac{3x-1}{2x+1}\right| = 3$ R: $x= -\frac{4}{3}$; $x =-\frac{2}{9}$

## *5.- Ecuaciones Literales de 1er. Grado*

Como ya las definimos anteriormente, en las Ecauaciones Literales, algunos o todos los coeficientes de las incógnitas o las cantidades conocidas que figuran en la ecuación están representadas pot letras , que generalmente suelen ser $a, b, c, d, m, n, etc.$

Ejemplos de este tipo de ecuaciones son: $a\,x + b = c$, $2mx + 3x + 7mn = 5mn + x$ .

Para resolver este tipo de ecuaciones aplicaremos las mismas reglas que usamos en las ecuaciones numéricas anteriormente detalladas en la sección 1. Veamos a continuación varios ejemplos:

**Ej.18.** Resuelva la ecuación $\frac{ax}{2} = 3ax - \frac{2}{3}$, y simplifique el resultado si es posible.

**Solución:**

Observe que el denominador 2 en el lado izquierdo podría pasar a multiplicar al lado derecho de la igualdad. Sin embargo el denominador 3 en el lado derecho no puede pasar a multiplicar al lado izquierdo porque no es denominador de todo el lado derecho

$$\frac{ax}{2} = 3ax - \frac{2}{3}$$

Por lo tanto sugerimos sacar el m.c.m. de ambos lados de la ecuación y resolver: .

Se calcula el m.c.m. entre 2, 3 y 1 que son los denominadores de ambos lados de la igualdad.

$$\Rightarrow \frac{3.(ax)}{6} = \frac{6 \cdot 3ax - 2 \cdot 2}{6}$$

Si los dos lados de una igualdad tienen el mismo denominador, entonces basta con resolver la igualdad entre los numeradores, como sigue:

$\Rightarrow\ 3ax = 18ax - 4$; se agrupan los términos que contengan incógnitas en un lado de la igualdad y los independientes en otro.

$\Rightarrow 4 = 18ax - 3ax$ (Agrupación de términos semejantes)

$\Rightarrow 4 = 15ax$

Para despejar la variable $x$ de la ecuación, tenemos ahora que tomar en cuenta que el coeficiente del mismo $15a$, pasa para el otro lado de la ecuación dividiendo, por lo tanto el literal $a$ tiene que ser diferente ( $a \neq 0$ ). Luego tenemos que

$\Rightarrow 4 = 15ax \Rightarrow \frac{4}{15a} = x$, es decir $x = \frac{4}{15a}$ si $a \neq 0$.

**Respuesta:** La solución de $\frac{ax}{2} = 3ax - \frac{2}{3}$ es $x = \frac{4}{15a}$ si $a \neq 0$

**<u>Ej.19.</u>** Resuelva la ecuación $\frac{ax-b}{ax-c} = \frac{3}{8} + \frac{(2x-5)}{ax-c}$, y simplifique el resultado si es posible.

**<u>Solución:</u>**

$$\frac{ax-b}{ax-c} = \frac{3}{8} + \frac{(2x-5)}{ax-c}$$

Se calcula mínimo común entre los denominadores y se procede a efectuar la suma de fracciones. El m.c.m.( $ax-c$ , 8)=8( $ax-c$ )

$$\Rightarrow \frac{8(ax-b)}{8(ax-c)} = \frac{3(ax-c)+8(2x-5)}{8(ax-c)}$$

$$\Rightarrow \frac{8ax-8b}{\cancel{8(ax-c)}} = \frac{3ax-3c+16x-40}{\cancel{8(ax-c)}}$$ (Propiedad de los racionales)

$$\Rightarrow 8ax - 8b = 3ax + 16x - 3c - 40$$

$$\Rightarrow 8ax - 3ax - 16x = 8b - 3c - 40$$
$$\Rightarrow 5ax - 16x = 8b - 3c - 40$$

(Agrupación y suma de términos semejantes)

Como queremos despejar la variable *x*, tenemos que agrupar los términos que contenga dicha variable:

$$\Rightarrow 5ax - 16x = 8b - 3c - 40$$
$$\Rightarrow (5a - 16)x = 8b - 3c - 40$$

(Factor Común *x*)

Para despejar la variable *x*, el factor $(5a - 16)$ pasa a dividir al otro lado de la igualdad, por lo tanto tenemos que asegurar que dicho factor sea diferente de cero $(5a - 16 \neq 0)$. Luego

$$\Rightarrow (5a - 16)x = 8b - 3c - 40 \quad \Rightarrow x = \frac{8b - 3c - 40}{5a - 16}$$

**Respuesta:** La solución de $\frac{ax - b}{ax - c} = \frac{3}{8} + \frac{(2x - 5)}{ax - c}$ es $x = \frac{8b - 3c - 40}{5a - 16}$ si $5a - 16 \neq 0$

**<u>Ej.20.</u>** Resuelva la ecuación $\frac{x}{2m} - \frac{3 - 3mx}{m^2} - \frac{2x}{m} = 0$, con $m \neq 0$ y simplifique el resultado si es posible.

**<u>Solución:</u>**

$$\frac{x}{2m} - \frac{3 - 3mx}{m^2} - \frac{2x}{m} = 0$$

Se calcula mínimo común entre los denominadores y se procede a efectuar la resta de fracciones. El m.c.m.($2m, m^2, m$) = $2m^2$

$$\frac{x}{2m} - \frac{3 - 3mx}{m^2} - \frac{2x}{m} = 0 \Rightarrow \frac{m(x) - 2(3 - 3mx) - 2m(2x)}{2m^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{mx - 6 + 6mx - 4mx}{2m^2} = 0$$

Propiedad de los racionales: *Si una fracción es igual a cero es equivalente a que el numerador sea cero."*

$$\Rightarrow \frac{mx-6+6mx-4mx}{2m^2}=0 \Rightarrow mx-6+6mx-4mx=0$$

$$\Rightarrow mx(1+6-4)=6 \Rightarrow 3mx=6$$

(Agrupación y suma de términos semejantes)

Para despejar la variable $x$ , el factor $3m$ pasará dividiendo para el otro lado de la igualdad y como $m \neq 0$ nos queda $x=\frac{6}{3m}=\frac{2}{m}$

**Respuesta:** La solución de $\frac{x}{2m}-\frac{3-3mx}{m^2}-\frac{2x}{m}=0$ es $x=\frac{2}{m}$ con $m \neq 0$.

5*.2.- Ejercicios Propuestos:*

Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $a(x+1)=1$ R: $x=\frac{1-a}{a}$
2. $ax+b^2=a^2-bx$ R: $x=a-b$
3. $a(x+b)+x(b-a)=2b(2a-x)$ R: $x=a$
4. $ax-a(a+b)=-x-(1+ab)$ R: $x=a-1$
5. $(x+a)(x-b)-(x+b)(x-2a)=b(a-2)+3a$ R: $x=1$
6. $m(n-x)-m(n-1)=m(mx-a)$ R: $x=\frac{1+a}{1+m}$
7. $(x+b)^2-(x-a)^2-(a+b)^2=0$ R: $x=a$
8. $(x+m)^3-12m^3=-(x-m)^3+2x^3$ R: $x=2m$
9. $\frac{a-1}{a}+\frac{1}{2}=\frac{3a-2}{x}$ R: $x=2a$
10. $\frac{x-3a}{a^2}-\frac{2a-x}{ab}=-\frac{1}{a}$ R: $x=2a$
11. $\frac{1}{n}-\frac{m}{x}=\frac{1}{mn}-\frac{1}{x}$ R: $x=m\cdot n$

12. $\dfrac{x+m}{x-n}=\dfrac{n+x}{m+x}$ R: $x=-\dfrac{m^2+n^2}{2m}$

13. $\dfrac{5x+a}{3x+b}=\dfrac{5x-b}{3x-a}$ R: $\dfrac{b-a}{2}$

14. $\dfrac{1}{x+a}+\dfrac{x^2}{ax+a^2}=\dfrac{x+a}{a}$ R: $x=\dfrac{1-a}{2}$

15. $m(n-x)-(m-n)(m+x)=n^2-\dfrac{(2mn^2-3m^2n)}{n}$ R: $x=n-2m$

## *6.- RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:*

Como estudiantes de nivel superior, debemos ser capaces de encontrar la solución de los ejercicios o problemas planteados, utilizando procedimientos adecuados. Sin embargo, brindamos aquí algunas sugerencias que intentan servir de guía para ayudarlos a resolver este tipo de problemas o modelos.

1. Lea "cuidadosamente" el enunciado del problema.
2. Vuelva a leer el enunciado **tantas veces sean necesarias** hasta comprender perfectamente los datos que ofrece el problema y lo que le piden encontrar.
3. Cuando sea necesario, acostúmbrese a realizar un bosquejo de la situación planteada, en forma gráfica o en un planteamiento inicial.
4. Identifique con variables (Letras) a los datos e incógnitas del problema.
5. Obtenga los datos del enunciado y relaciónelos matemáticamente mediante ecuaciones o fórmulas ( Algunos datos o fórmulas no se dan en forma explícita en los problemas, se supone que usted debe conocerlas. Ej.: Area, Volumen, Velocidad, Aceleración gravitacional, etc.).
6. Resuelva las ecuaciones para obtener un resultado. Utilice el método correspondiente a cada caso, en este caso ecuación de 1$^{er.}$grado.
7. Verifique que el resultado obtenido en el paso 6., corresponde a las premisas y soluciones del problema.

8. Analice si obtuvo una respuesta razonable.
9. Responda exactamente lo que le han solicitado.

Preste atención a los siguientes ejercicios, analícelos y resuélvalos por usted mismo. No olvide que la práctica es el arma que le dará la destreza necesaria para dominar cualquier tema en matemáticas, incluyendo éste, ecuaciones de 1er. Grado con una Incógnita.

**Ej.21.** José Luis quiere salir a cenar con su novia Lisbeth, quién estudia en la UNEFA. Para evitar sorpresas, ella le pregunta: "¿cuánto dinero tienes?", y José Luis en vez de dar una respuesta directa, decide probar la habilidad de Lisbeth y responde: "Si tuviera 5.000 Bs. más de lo que tengo y después duplicara esa cantidad, tendría 35.000 Bs. más de lo que tengo". Lisbeth, después de pensarlo, decide demostrarle que sí puede calcular cuánto dinero tiene José Luis, con el siguiente procedimiento:

**Solución:**

Damos por sentado que le estudiante ha seguido los **pasos 1 y 2.** El **paso 3** no es necesario pues no se requiere ningún esquema gráfico. Debemos traducir esta "mal intencionada" descripción del problema en símbolos matemáticos.

**Paso 4:** Identificar el objetivo del problema.

Cantidad de dinero que tiene José Luis …………………….. $x$

**Paso 5:** Obtener datos y relacionarlos matemáticamente.

*"Si tuviera 5.000 Bs. más de lo que tengo"* …………… $x + 5.000$

*"y después duplicara esa cantidad"* ………………….. $2(x+5.000)$

*"tendría 35.000. más de lo que tengo"* ……………….. $x+35.000$

**Paso 6:** Procesamos los datos matemáticamente y resolvemos.

Leyendo nuevamente el problema, comprobamos que José Luis dice que $2(x+5.000)$ **y** $x+35.000$ son equivalentes.

Es importante no continuar el ejercicio si no ha comprendido la relación de estos datos.

Luego, tenemos que:

$$2(x+5.000) = x + 35.000$$

Y resolvemos la ecuación

$$2(x+5.000)=x+35.000$$
$$2\cdot x+2\cdot 5.000=x+35.000$$
$$2x-x=35.000-10.000$$
$$x=25.000$$

Es decir, la cantidad de dinero que tiene José Luis es de 25.000 Bs.

**Paso 7:** Verificamos:

*"Si tuviera 5.000 Bs. más de lo que tengo"* …………….. 30.000

*"y después duplicara esa cantidad"* …………………….. 60.000

*"tendría 35.000. más de lo que tengo"* 35.000 + 25.000 = 60.000

**Paso 8:** Analizamos el resultado.

Este resultado es lógico y cumple con las condiciones del enunciado.

**Paso 9:** Damos la respuesta.

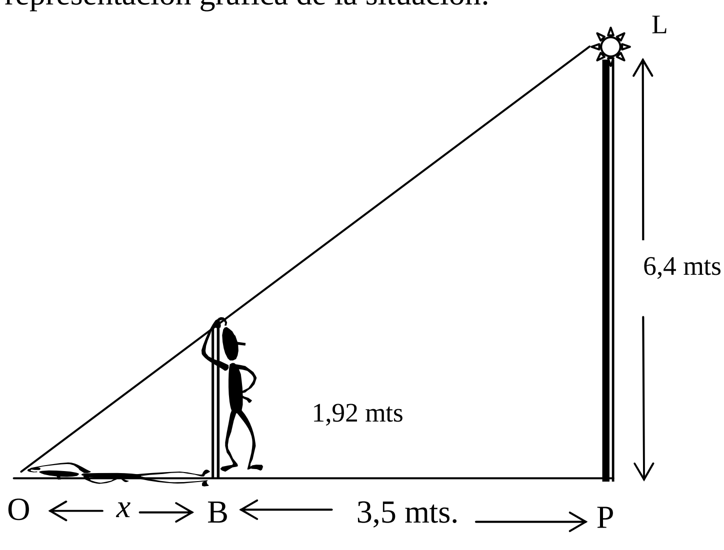
**Respuesta:** José Luis tiene Bs. 25.000

(lo cual él cree que es suficiente para una cena con Lisbeth).

**Ej.22.** Un hombre de 1,92 mts. de altura camina hacia un poste de luz que mide 6,4 mts. de altura. ¿Cuál es la longitud de la sombra del hombre en el piso, cuando él está a 3,5 mts. del poste?.

Solución:

Hacemos una representación gráfica de la situación:




Hemos llamado $x$ a la longitud de la sombra del hombre.

Observamos que los triángulos $\Delta$ LOP y $\Delta$ AOB son triángulos semejantes, esto implica que sus lados son proporcionales, es decir:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{LP}}{\overline{OP}}, \quad \text{entonces} \quad \frac{1{,}92}{x} = \frac{6{,}4}{x+3{,}5}$$

despejando tenemos:

$$1{,}92(x+3{,}5) = 6{,}4x$$
$$1{,}92x + 6{,}72 = 6{,}4x$$
$$6{,}72 = 6{,}4x - 1{,}92x$$
$$6{,}72 = 4{,}48x$$
$$4{,}48x = 6{,}72$$
$$x = \frac{6{,}72}{4{,}48}$$
$$x = 1{,}5$$

**Respuesta:** La sombra mide 1,5 mts. cuando el hombre está a 3,5mts del poste.

**Ej.23.** Una pieza cuadrada de cartón es utilizada para construir una caja sin tapa, cortando de cada esquina un cuadrado de 5cm de lado; luego se doblan los bordes para formar los lados de la caja. ¿De qué tamaño debe ser la pieza de carton para que el volumen de la caja sea de 12.500 cm$^3$?

**Solución:**

Primero representamos gráficamente la pieza de cartón:

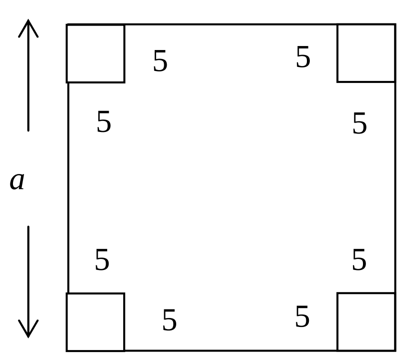



**Fig. 1**

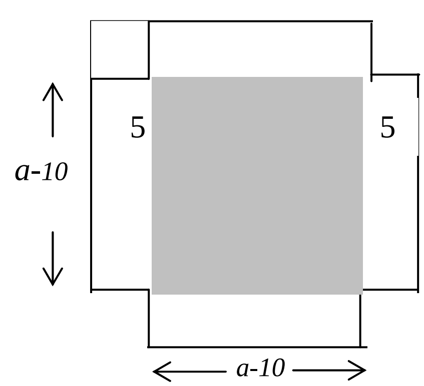



**Fig. 2**

Llamamos $a$ al lado de la pieza cuadrada de cartón. En la Fig. 2, cortamos las esquinas y la parte sombreada representa el fondo de la caja y las pestañas de la pieza cortada de 5cm. representa la altura de la caja.

El volumen $V$ de la caja será:

$$V = largo \times ancho \times alto$$

$$V = (a-10)\cdot(a-10)\cdot 5$$

$$V = (a-10)^2 \cdot 5$$

Sabemos, por el enunciado del problema, que el volumen de la caja es igual a 12.500 cm$^3$, es decir

$$V = 12.500 \quad \Rightarrow \quad 12.500 = (a-10)^2 \cdot 5$$

$$(a-10)^2 \cdot 5 = 12.500$$

$$(a-10)^2 = \frac{12.500}{5} \Rightarrow (a-10)^2 = 2.500$$

$$(a-10) = \sqrt{2.500} \Rightarrow a-10 = 50$$

$$a = 50+10 \Rightarrow a = 60$$

**Respuesta:** El tamaño de la pieza de cartón debe ser 60cm $x$ 60cm

Verifique usted mismo esta respuesta.

## *6.1.- EJERCICIOS PROPUESTOS:*

1. Rubén tiene cierta cantidad de caramelos; María tiene el doble de Ruben disminuido en 4-unidades. Si multiplicamos lo que tiene cada uno entre sí, el resultado es 70. ¿Cuántos caramelos más tiene María?.

**R: 3 caramelos**

2. Después de una fiesta, los hermanos Ricardo y Tomás se acostaron a dormir a las 4:00 a.m.. Ricardo durmió el doble que Tomás menos 3 horas. Si multiplicamos las horas que durmieron el resultado es 104. ¿A qué hora se levantó cada uno?.

**R: Ricardo: 5 pm y Tomás: 12m**

3. La suma de tres números enteros impares positivos consecutivos es 683. Encuentre los números.

R: 13,15 y 17.

4. Un padre tiene el triple de la edad de su hijo, pero dentro de 15 años tendrá tan sólo el doble de la edad del hijo. ¿Cuántos años tiene ahora el hijo?.

R: 15 años

5. Tres números son tales que el segundo es 6 unidades menor que tres veces el primero y el tercero es 2-unidades mas que $\frac{2}{3}$ del segundo. La suma de los tres números es 172. Encuentre el mayor de estos números.

R: 84

6. Hace dos días, Ramón compró 5 diskettes. Hoy la tienda rebajó el precio de los diskettes en \$0,50. Yuri compró hoy 10 diskettes y pagó \$9 más que Ramón. ¿Cuál era el precio original de cada diskette?.

R: \$ 2,80

7. La suma de tres números enteros consecutivos es 36. ¿Cuáles son los tres números?

R: 11, 12 y 13

8. La suma de tres números pares enteros consecutivos es dos veces el valor del menor. ¿Cuáles son los tres números ?

R: -6, -4, -2

9. La suma de la tercera y cuarta parte de un número equivale al doble del número disminuido en 17. Hallar el número.

R: $x = 12$

10. Hallar el número que aumentado en sus $\frac{5}{6}$ equivale a su triple disminuido en 14.

R: $x = 12$

11. La edad de Bartolo es los $\frac{3}{5}$ la edad de Ana y si ambas edades se suman, el resultado excede en 4 años al doble de la de edad de Bartolo. Hallar la edad de Bartolo y Ana.

Bartolo: 6 y Ana: 10 años

12. Después de gastar $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{8}$ de lo que tenía, me quedan 39.000 Bs. ¿Cuántos bolívares tenía?.

R: 72.000 Bs.

13. El cuádruple de un número excede en 19 a la mitad del número aumentada en 30. Hallar el número.

R: 14

14. El largo de un buque que es de 800 pies excede en 744 pies a los $\frac{8}{9}$ del ancho. Hallar el ancho del buque.

R: 63 pies.

15. Un grupo de 46 personas entre niños y adultos, se dirigen al cine. Si las entradas de los adultos cuestan 9.000 Bs. Y las de niños 7.000 Bs. , y en total pagaron 354.000 Bs. ¿cuántos niños y cuántos adultos había en el grupo?

R: 30 niños y 16 adultos.

16. En una fiesta, el número de hombres duplica al de mujeres y la cuarta parte de éstas no saben bailar. Si hay 42 mujeres que bailan ¿cuántas personas hay en la fiesta?.

R: 56 mujeres, 112 hombres y 168 personas.